

Operai e tempi della Piramide di Cheope

Memoria di RICCARDO MANZINI
presentata dal Socio nazionale residente Franco LEVI
nell'adunanza del 17 Dicembre 1997

RELAZIONE

letta ed approvata nell'adunanza del 14 Gennaio 1998
sulla Memoria del dott. RICCARDO MANZINI intitolata
OPERAI E TEMPI DELLA PIRAMIDE DI CHEOPE

In una precedente memoria di Manzini e Dinale presentata dal prof. Levi era stata avanzata l'ipotesi che il trasporto dei blocchi per la costruzione delle grandi piramidi venisse effettuato facendoli scivolare su rampe in terra armata auto-sostenentesi, ricoperte di fango limoso. Il principale vantaggio di questa ipotesi innovativa rispetto ai convincimenti tradizionali era quello di ridurre enormemente il volume di terreno necessario alla costruzione delle rampe. Ne derivava una soluzione ragionevole, realizzabile e tecnicamente possibile, in quanto dotata di adeguati margini di sicurezza.

L'attuale lavoro si configura come il logico completamento dell'indagine in quanto stima la mano d'opera necessaria per la realizzazione della Piramide di Cheope. L'attendibilità storica dei risultati conseguiti costituisce dunque una solida conferma della metodologia operativa proposta.

F.L.

La memoria presentata dal dott. Manzini stima la mano d'opera necessaria per la costruzione della Piramide di Cheope, utilizzando per il trasporto dei blocchi il metodo delle rampe avvolgenti in terra armata.

L'autore individua le singole lavorazioni necessarie alla costruzione della Piramide e stima la produttività per ciascuna lavorazione sulla base di quanto è disponibile in letteratura. Definite le quantità di lavoro per ciascuna lavorazione, così come possono essere desunti dai resti della Piramide di Cheope, determina le unità-lavoro. Da questa informazione è possibile calcolare il numero effettivo di operai ipotizzando che la costruzione fu completata in 20 anni, che ciascun operaio lavorò 10 ore al giorno per 310 giorni all'anno.

Da queste considerazioni deriva che in un anno furono contemporaneamente impegnati da 5.500 a 13.000 operai circa, a seconda che si consideri un numero costante di addetti per l'intera costruzione o decrescente mano a mano che la Piramide veniva innalzata.

Questo risultato contraddice l'informazione riferita da Erodoto che stima in 100.000 unità gli addetti alla realizzazione delle grandi Piramidi. Inoltre mette in discussione l'ipotesi di Aristotele che vede nella costruzione delle Piramidi una sorta di politica keynesiana atta ad occupare ampie masse di contadini rimaste inoperative in un paese agricolo con produzioni esuberanti. Vale la pena rammentare che la popolazione egizia in quel periodo viene stimata in qualche milione di abitanti.

La soluzione avanzata da Manzini appare più ragionevole e credibile. Un cantiere di 100.000 ex contadini sembra una forzatura per quel che concerne tutti gli aspetti logistici ed organizzativi, mentre un cantiere di alcune migliaia di addetti è certamente più verosimile.

Le ipotesi fatte dal Manzini sembrano rigorose e tratte da fonti serie ed attendibili, le conclusioni d'altra parte, come già detto, appaiono molto ragionevoli. Se ne conclude che il lavoro in oggetto rappresenta un contributo particolarmente stimolante per la comprensione di quel grande mistero che a tutt'oggi rappresenta la costruzione delle grandi Piramidi egizie.

M. J. e D. L.

A conferma delle stime sui tempi e sui dati demografici cui fa cenno il dott. Manzini, valgono le seguenti considerazioni.

- 1) Il compimento dell'opera in 20 anni secondo Erodoto appare verosimile poiché le fonti egizie indicano la durata del regno di Cheope in circa 30 anni.
- 2) Sulla capacità del serbatoio donde trarre, e col quale mantenere, la mano d'opera valgono i dati riportati da Diodoro che desume da un censimento una popolazione dell'Egitto di 7 milioni di abitanti. Altrettanti dovrebbero essere, secondo nostre stime, nel Nuovo Regno in quanto, da varie fonti egizie, risulterebbe che le forze armate di Ramses II contavano circa 40 mila uomini. Non minore doveva essere il numero dei dipendenti governativi, e dello stesso ordine deve presumersi quello degli operai edili che erano però impegnati in molti cantieri. D'altro lato, tenendo conto di un tasso di crescita demografica piuttosto basso, si deve ammettere che anche nell'Antico Regno, quando le forze armate non esistevano, la popolazione si aggirava sui cinque, sei milioni. La soluzione Manzini risulta verosimile anche basandosi sui calcoli di un altro Autore che stima la popolazione dell'Antico Regno a soli un

milione e cinquecentomila. Qualunque sia il calcolo adottato la cifra di centomila operai indicato da Erodoto risulta difficile da sostenere.

Da notare, a corollario, due fatti.

Documenti relativi all'apprestamento delle tombe reali del Nuovo Regno, poi altri per Piramidi del Medio Regno, infine reperti archeologici emersi nella stessa el-Giza, dell'Antico Regno, hanno comprovato che gli operai ivi impiegati erano uomini liberi, largamente remunerati e persino, diremmo oggi, sindacalizzati – non certo gli schiavi favoleggiati in passato. Conoscendo quindi la motivazione di quegli operai, meglio possiamo spiegare il rispetto dei tempi suaccennati, l'abilità con cui furono superate le enormi difficoltà dell'impresa, e la perfezione suprema che la Piramide presenta. Inoltre finora nessuno ha tenuto conto del fatto che, insieme con la Piramide, furono pure costruiti per Cheope, sempre in pietra, da altra forza di lavoro, il Tempio Funerario, tre piccole piramidi di regine e non meno di 40 notevoli sepolcri per i suoi funzionari, conformati a parallelepipedo – le cosiddette mastabe.

S. C.

Conclusioni

Sulla base di quanto precede la Commissione esprime parere pienamente favorevole alla pubblicazione della Memoria del dott. Manzini.

La Commissione

FRANCO LEVI

SILVIO CURTO

MICHELE JAMIOLKOWSKI

Riassunto. *Nel presente lavoro, che si configura come il logico completamento di una precedente indagine del medesimo autore sulle possibili modalità costruttive delle piramidi maggiori (Memorie Sc. Fis. 19-20, 1995-1996), l'autore esamina in dettaglio le necessità di manodopera per tali realizzazioni, prendendo a modello la piramide di Cheope in quanto costituendo il più grande monumento di tal genere avrebbe richiesto l'impegno maggiore.*

Tale analisi, effettuata suddividendo i lavoratori per gruppi occupazionali, è stata portata avanti stabilendo dapprima la quantità totale di lavoro richiesto (indicato dalle unità-lavoro), e riportandola quindi alla reale necessità in base alla presumibile ripetitività del lavoro da parte dei singoli operatori; di conseguenza questo risultato

indicherebbe contemporaneamente la quantità totale e quella annua della manovalanza richiesta.

Il valore così ottenuto, accettabile anche solamente come ordine di grandezza, risulta enormemente più contenuto di quelli abitualmente riferiti dagli storici.

Confrontando infine l'analisi effettuata con l'affermazione di ARISTOTELE secondo cui questi edifici sarebbero stati realizzati con uno scopo di keynesiano "ammortizzatore sociale", l'autore ha infine analizzato l'ipotesi di una per altro improbabile modularità occupazionale, limitando in questo caso la eventuale richiesta al momento del massimo impegno costituito dalla realizzazione dei primi due corsi; neppure in questo caso i dati ottenuti sono risultati così elevati da poter influire significativamente sulla presunta economia egizia del periodo.

Abstract. *In this work, which is the logical completion of a former survey by the same author about the building procedures of greater pyramids (Memorie Sc. Fis. 19-20, 1995-1996), the author takes into detailed consideration the labour requested for such realizations, taking as a model Cheop's pyramid as, being the largest monument of its kind, it has probably required the greatest commitment.*

This analysis, made dividing the workers into employment groups, has been carried out at first establishing the real quantity of labour requested (indicated by labour-units) and then getting to the real necessity on the basis of a probable repetitiveness of the work made by the single operators.

As a consequence, the results should indicate, at the same time, the total and the annual quantity of labour requested.

The value so obtained, acceptable even only as order of quantity, proves to be much more contained than the values generally reported by historians.

Comparing his analysis with ARISTOTELE's statement that these buildings had been built to be a kind of keynesian "social amortizer", the author has finally analysed the hypothesis of an unlikely modular structure of employment, so limiting the possible request at the time of the greatest commitment established by the realization of the first two layers; even in this case the results haven't been so high to influence in a significant way the presumed egyptian economy of the time.

Per quanto l'enorme mole di studi effettuati, l'esistenza di specifici corsi universitari e la continua attività di scavo possano far ritenere che la nostra conoscenza della civiltà egizia abbia raggiunto un livello di grandissima soddisfazione, molti suoi aspetti, tra i quali numerose questioni inerenti gli edifici piramidali, ci sono poco comprensibili o addirittura del tutto oscuri.

È da rilevare infatti come in queste costruzioni l'evidenza dei nostri limiti conoscitivi si imponga primariamente in quanto le piramidi costituiscono il prodotto del confluire di motivazioni religiose, storiche, architettoniche, tecniche, sociali ed economiche la cui conoscenza è per noi lungi dall'essere esaustiva.

Poiché il concetto di mistero è imprescindibile dalla "non conoscenza", riteniamo che l'arcano fascino suscitato in noi dalle piramidi egizie sia derivato proprio dall'attonita contemplazione della loro imponenza avulsa dalla padronanza del contesto che le ha prodotte.

Di tutte le espressioni della civiltà nilotica che si concretizzarono nel concepimento e nella realizzazione di questi edifici, a nostro avviso gli aspetti economico-sociali ci sono sembrati meritevoli di una particolare attenzione per il significato che la loro relazione potrebbe aver avuto sulla realtà egizia.

Per comprendere l'impatto che la realizzazione di tali costruzioni dovette avere nella quotidianità dell'antico Egitto bisogna però quantificare, seppure in via ipotetica, il fabbisogno di manodopera e di materiali necessari per la loro costruzione; questo dato infine, per poter essere compreso nella sua interezza, andrebbe ulteriormente rapportato alla presunta disponibilità del paese in quel periodo.

Presupponendo un enorme impiego di manodopera per la realizzazione di questi edifici già anticamente ARISTOTELE aveva sostenuto che la loro genesi fosse da ascrivere ad una funzione di "ammortizzatore sociale", prescindendo con questo da tutte le effettive espressioni culturali che confluirono nella loro genesi, e riducendone il concepimento ad un mero fatto economico¹.

Pur essendo concretamente importante questo legame economico però non costituisce certo il solo presupposto alla loro ideazione, ma al più potrebbe manifestarsi con una eventuale relazione tra le dimensioni degli edifici e lo stato dell'economia, da non ricercarsi comunque nel più immediato rapporto di causa ed effetto tra le dimensioni e l'economia (la piramide poteva essere di grandi dimensioni se l'economia lo consentiva), ma semmai nel suo rapporto inverso tra la ricchezza del paese e le dimensioni di questi edifici (la piramide doveva essere di grandi dimensioni se l'economia era florida).

Questo apparente sofisma trova una ben più chiara spiegazione nell'esposizione della teoria socio-economica di ARISTOTELE secondo cui le piramidi furono costruite per tenere occupate le grandi masse di popolazione

¹ ARISTOTELE, *Politica*; Libro V, cap. IX. In questa opera il filosofo sembra basarsi sull'affermazione di Erodoto, suo contemporaneo vissuto circa 100 anni prima, secondo cui la costruzione della piramide di Cheope avrebbe richiesto la coercizione per oltre 20 anni dell'intera popolazione egizia, impegnata in turnazioni trimestrali di 100.000 persone.

che la floridezza del paese aveva reso progressivamente inoperose²; tale situazione economica avrebbe infatti creato le concrete premesse per una cultura distaccata dalla sopravvivenza e quindi portata a possibili tentazioni di cambiamenti dello stato sociale.

La destinazione di questa parte di popolazione ad una impegnativa attività costruttrice che si sarebbe protratta per anni poteva in tale ottica essere risoltrice.

Pur con le riserve espresse in precedenza questa considerazione del filosofo greco vissuto per altro molti secoli dopo che l'ultima piramide venne costruita, potrebbe trovare una giustificazione qualora si potesse dimostrare una siffatta situazione economica e, soprattutto, si riuscisse a quantificare l'impegno lavorativo che questi edifici potrebbero aver richiesto.

L'ipotesi di ARISTOTELE, alla base della tradizione che vuole grandi masse impegnate in questo edificio, potrebbe infatti essere accettata solamente se fosse appurato che queste costruzioni abbiano richiesto per la loro realizzazione una sensibile percentuale della supposta popolazione del periodo, incidendo di conseguenza in modo significativo sull'economia del paese.

A riguardo è necessario sottolineare che durante la IV dinastia, periodo in cui furono realizzate le maggiori piramidi regali, sembra che quasi tutto il territorio e le attività economiche egizie fossero di proprietà o sotto il controllo del demanio, e che le enormi masse di schiavi riferite dalla tradizione occidentale non esistessero affatto³.

Queste due ultime precisazioni limiterebbero quindi il campo delle risorse disponibili a quelle usualmente esistenti sul territorio egiziano, le quali sarebbero state di conseguenza solamente stornate dalle consuete destinazioni.

L'affermazione di ARISTOTELE andrebbe quindi collocata in questo quadro economico in cui l'assenza di denaro circolante poteva consentire un armonico sviluppo fintantoché il rapporto tra popolazione e produzione si fosse mantenuto in ambiti molto rigidi; in una tale economia basata per gran parte sulla sola produzione dei mezzi di sostentamento, l'eccedenza di redditività, creando aree di popolazione non occupate, avrebbe per assurdo creato le premesse per una possibile alterazione di questo equilibrio.

Risulta perciò evidente l'importanza da noi attribuita a cercare di stabilire il numero delle maestranze impegnate in questa attività costruttiva onde meglio comprendere l'impatto che questa impresa dovette produrre sull'economia egizia.

² PEDRINI L. & coll., *Le piramidi e l'economia dell'Antico Egitto*.

³ Vedasi HEICHELHEIM F.M., *Storia economica del mondo antico*, GRIMAL N., *Storia dell'Antico Egitto*, e KEMP B. J., *Storia sociale dell'Antico Egitto*.

Non conoscendo con certezza alcun dato relativo alle esatte metodiche costruttive della piramide di Cheope né ai tempi effettivamente occorsi, nessuna deduzione basata su questi presupposti potrebbe discostarsi da una mera speculazione intellettuale.

Prescindendo però dai valori assoluti ottenibili con le successive deduzioni riteniamo interessante esporre una metodologia che partendo da motivati parametri, forniti in gran parte da altri studiosi, ci può consentire di restringere il nostro iato conoscitivo ad un ordine di grandezza realistico. È da precisare che una analoga metodica è stata adottata da ARNOLD⁴ per considerazioni relative alla piramide in mattoni di Amenemhat III a Dahshur, anche se per alcuni parametri assunti dallo studioso tedesco (quali i 350 giorni lavorativi) riteniamo più credibili stime più ristrette, mentre altri aspetti basati sul confronto con le prestazioni lavorative degli odierni operai impiegati negli scavi archeologici in Egitto, ci sembrano pienamente condivisibili.

Tra le analisi originali che vengono richiamate in questo lavoro, particolare attenzione è stata dedicata ad una nostra ipotesi approvata recentemente dall'Accademia delle Scienze di Torino relativa alla possibile metodica impiegata per la costruzione delle piramidi maggiori in pietra di cui la presente costituisce completamente e verifica.

Partendo da quest'ipotesi, dimostratasi attendibile, abbiamo quindi cercato di esaminare per quanto in nostro possesso tutte le possibili necessità di manodopera richieste per la costruzione di questa piramide in un tempo ragionevole.

Per semplicità di calcolo e per l'evidente grandissima sproporzione volumetrica esistente tra la massa sovrastrutturale e gli appartamenti interni che rende quasi del tutto trascurabile quest'ultima presenza, in tutto il prosieguo del presente lavoro la piramide verrà considerata come compatta e pressoché totalmente omogenea. Alcune particolari e limitate attività, quali il trasporto e la posa in opera delle strutture in legno, sono inoltre state trascurate per la loro indeterminatezza e la scarsa incidenza quantitativa che avrebbero avuto sul complesso delle lavorazioni.

Innanzitutto abbiamo indirizzato la nostra attenzione alla ricerca di un limite temporale alla realizzazione dell'edificio.

A tal fine siamo partiti dal verosimile presupposto che il completamento di un edificio funerario piramidale non avrebbe dovuto eccedere in modo significativo la durata del regno del suo committente; è anzi ragionevole pensare che, salvo qualche rara eccezione per altro limitata ad attività marginali, la realizzazione della maggior parte delle piramidi portate a termine sia sempre avvenuta entro i limiti della sovranità del proprietario.

⁴ ARNOLD D., *Der Pyramidenbezirk des Königs Amenemhet III in Dahschur*.

Questa affermazione è basata sul presupposto che siffatta attività rivestisse una tale importanza simbolico-religiosa per il destinatario, che è presumibile venisse iniziata poco dopo la sua ascesa al trono onde poterla portare ragionevolmente a compimento prima della morte.

Questa considerazione trova per altro conferma sia nella comprensibile difficoltà da parte del successore a distogliere manodopera tempo e risorse economiche dalla realizzazione del proprio monumento per destinarli al completamento di quello del predecessore, sia nell'evidente completamento dei soli Complessi funerari dei sovrani che ebbero un regno sufficientemente lungo.

Seguendo queste premesse ci sembra quindi credibile che la costruzione della piramide di Cheope difficilmente avrebbe potuto richiedere più dei 26 anni tradizionalmente assegnati al regno di questo sovrano.

D'altronde l'unica citazione antica conosciuta, quella formulata da ERODOTO seppur 2100 anni dopo gli avvenimenti in questione, indica in 20 anni tale lasso di tempo, valore del tutto compatibile con le nostre premesse, ampliabile di 1 anno per le sole operazioni di demolizione delle rampe⁵.

Ma se si è quindi potuto stabilire in tal modo un ragionevole ordine di grandezza per quanto riguarda il tempo, nulla si potrebbe ipotizzare sulle maestranze necessarie senza primariamente accettare un credibile modello costruttivo.

Molte ipotesi sono state formulate in passato per giustificare le modalità costruttive di un edificio di tali dimensioni, ma a nostro avviso non raggiungendo mai una sufficiente credibilità; per quanto infatti tutte si basino sull'istintivo e molto probabile sfruttamento del piano inclinato per innalzare i blocchi a grande altezza, presentano talmente tante obiezioni sostanziali da renderle difficilmente realizzabili.

Rimandando al nostro precedente lavoro l'analisi di tali obiezioni e la conseguente ipotesi da noi proposta, in questo ambito ci sembra sufficiente accennare concisamente al modello cui faremo riferimento nella successiva elaborazione.

Riassumendo brevemente questa ipotesi sarebbe stato possibile realizzare le piramidi maggiori in pietra utilizzando un sistema di multiple rampe avvolgenti in mattoni crudi che si sostenevano direttamente sulla struttura muraria già realizzata, le quali avrebbero consentito di svolgere tutte le operazioni necessarie all'innalzamento della struttura ed alla rifinitura delle sue superfici.

Poiché uno dei presupposti di base è stato che tutte le rampe soddisfacessero una medesima portata oraria, e dato che in una piramide il volume di un corso decresce grandemente rispetto a quello del corso

⁵ In effetti il testo di ERODOTO cita "...oltre 20 anni..".

sottostante, risulta evidente che con queste premesse le rampe avrebbero potuto essere dismesse ad altezze differenti; in particolare a fronte di un rapido abbandono delle rampe al termine della realizzazione dei corsi inferiori, a metà costruzione sarebbero state sufficienti solamente 2 rampe a garantire il medesimo afflusso, e poco oltre tale quota un'unica rampa.

Tale sistema oltre agli innegabili vantaggi di una semplicità costruttiva, facile reperibilità e basso costo dei materiali impiegati, e della preservazione dello spazio adiacente il monumento destinato alla contemporanea costruzione degli edifici accessori, presenta il grandissimo vantaggio di richiedere un volume estremamente contenuto; a fronte infatti di volumi proposti che variano dal 40 al 150% di quello dell'edificio principale richiesti dai precedenti modelli, in questo la massa accessoria rappresenterebbe non più del 3%.

Nel caso della piramide di Cheope riteniamo legittimo supporre che sarebbero state necessarie e sufficienti 12 di tali rampe, in quanto rappresentano il miglior compromesso tra la maggior velocità di mobilitazione del materiale necessario all'edificio ed il minor volume possibile da destinarsi agli accessori costruttivi.

In un modello siffatto, costituito da 12 rampe con uguale e costante portata oraria, fluirebbero per ogni rampa circa 10 m^3 di materiale ogni ora; tale portata avrebbe significato in pratica una lunga teoria di squadre trainanti le slitte su cui erano stati posti i blocchi che si succedevano sulle rampe con un intervallo di circa 8 minuti l'una dall'altra, generando quindi un modello che si può ritenere ragionevole.

Questo valore, accettabile in base alle precisazioni che seguiranno, va sottolineato che è fortemente legato agli arbitrari parametri assunti, per altro molto restrittivi; ampliando infatti anche solamente di 20 giorni annui la media lavorativa ipotizzata (portandola quindi a 330 giorni) e di 1 anno la lavorazione, tale flusso potrebbe scendere di circa $1 \text{ m}^3/\text{ora}$ senza dilatare i tempi di costruzione.

Imposto in tal modo un orientativo limite temporale ed un modello costruttivo, il nostro lavoro si è quindi indirizzato a definire alcune particolari caratteristiche strutturali dell'edificio in questione, onde cercare ulteriormente di restringere per quanto possibile il margine di errore.

Innanzitutto va sottolineato che i corsi della piramide in questione non hanno uguale altezza, ma che questa decresce grandemente e rapidamente procedendo verso il vertice; in particolare a fronte di un'altezza di circa 1 metro e 50 per il primo corso, di circa 1,20 per il secondo ed il 35° , e di circa 1,10 per i corsi 3° 4° 5° 6° 7° 36° 44° e 98° , tutti i rimanenti hanno un'altezza compresa tra i 50 ed i 70 centimetri.

Queste dimensioni per altro costituiscono solamente una media delle altezze dei singoli corsi, in quanto sovente tali altezze sono raggiunte con la sovrapposizione di più blocchi.

In secondo luogo bisogna considerare che dette misure si riferiscono ai blocchi più esterni mentre poco è noto per quelli più interni; pare infatti che in quelle zone si siano impiegati blocchi di dimensioni inferiori e molto più irregolari, se non addirittura pietre scarsamente squadrate.

È probabile inoltre che le parti più interne degli strati inferiori siano costituite dalla stessa massa rocciosa dell'altopiano opportunamente sagomata per ospitare i blocchi di sovrastruttura, la quale farebbe conseguentemente diminuire il volume effettivo del materiale impiegato per la costruzione della piramide.

Da quanto sopra risulta evidente che non è possibile stabilire con ragionevole certezza il volume medio effettivo dei blocchi che costituiscono il nucleo di questa costruzione, ma è possibile avanzare a riguardo una motivata ipotesi.

Per chiarire questa affermazione riteniamo utile riassumere brevemente alcune costanti costruttive presenti in tutte le piramidi in pietra.

In questi edifici ogni corso è generalmente composto da tre fasce concentriche costituite rispettivamente, dall'interno all'esterno, da un nucleo di blocchi in calcare grossolano più irregolari e meno rifiniti, da un secondo settore detto dei *backing stones* di buon materiale ben rifinito con la funzione di uniformare le facce esterne dell'edificio, e dal sottile mantello esterno di calcare fine attentamente rifinito ed allineato, oggi generalmente asportato quasi ovunque.

Per quanto l'impossibilità a rilevare le dimensioni dei blocchi più interni e la percentuale in volume dei vari settori non consenta di definire il volume medio di queste componenti della piramide di Cheope, il confronto con altri edifici piramidali in cui è possibile invece osservarne le strutture più profonde ci consente di stabilire delle tendenze utili alla nostra valutazione.

Tra queste riteniamo importante segnalare che il rivestimento esterno è in genere limitato a pochi blocchi di calcare fine, che il settore dei *backing stones* è costituito invece da più fasce per altro in numero molto variabile, e che questi due mantelli rappresentano al massimo il 6% circa del volume di ogni corso.

Da queste osservazioni si rileva inoltre come i componenti interni siano costantemente di dimensioni molto più irregolari rispetto a quelli più esterni, ed in genere nettamente più contenute; tale rapporto sembra però scomparire negli strati superiori in cui il volume dei blocchi esterni, di per sé costantemente diminuito, sembra uniformarsi a quelli interni.

Da queste premesse si può quindi ipotizzare che a fronte di alcuni rari blocchi interni di dimensioni prossime a quelli esterni, limitati per altro ai

corsi inferiori, la maggior parte dei blocchi interni del nucleo di ogni corso abbiano un volume medio prossimo a quello dei blocchi esterni superiori.

In base alle precedenti precisazioni riteniamo quindi possibile dedurre i volumi unitari e complessivi delle componenti, mediamente calcolati, e le loro percentuali reciproche nei singoli corsi della piramide di Cheope secondo quanto compendiato nella tabella seguente espressa in metri (tab.1):

Tabella 1 - Dati relativi ai componenti dei singoli strati della piramide

A	B	C	D	E	F	G	H	L	Ts	N
1	1,5	78.545,4	4.712,7	1,5	3.142	73.832,7	0,17	434.310	65	12
2	1,2	61.682,7	3.700,9	1,2	3.084	57.981,7	0,17	341.069	51	12
3	1,1	55.684,2	3.338,9	1,1	3.035	52.309,2	0,17	307.702	46	12
4	1,1	54.800,3	3.288,0	1,1	2.989	51.512,3	0,17	303.014	50	11
5	1,1	53.959,0	3.237,5	1,1	2.943	50.721,5	0,17	298.361	49	11
6	1,1	53.124,2	3.187,4	1,1	2.898	49.936,7	0,17	293.745	48	11
7	1,1	52.295,9	3.137,7	1,1	2.852	49.158,1	0,17	289.165	47	11
35	1,2	42.485,4	2.549,1	1,2	2.124	39.936,2	0,17	234.919	61	7
36	1,1	38.203,3	2.292,2	1,1	2.084	35.911,1	0,17	211.241	55	7
44	1,1	34.602,5	2.076,1	1,1	1.887	32.526,3	0,17	191.331	58	6
98	1,1	15.977,8	958,7	1,1	871	15.019,2	0,17	88.348	80	2
Altri	0,66	2.036.593	122.195,6	0,17	718.797	1.914.397	0,17	11.261.160	5.590	
Totale		2.577.918	154.675		746.708	2.423.242		14.254.368	6.200	12

Totale blocchi impiegati = 15.001.076

A = Corso

B = Altezza corso

C = Volume corso

D = Volume *backing stones* + rivestimento (6%)

E = Volume unitario medio *backing stones* + blocchi rivestimento⁷

F = n° medio blocchi *backing stones* + rivestimento

G = Volume blocchi di nucleo

H = Volume unitario medio blocchi di nucleo

⁶ $C / \{[(\text{portata oraria rampa}) \cdot (\text{ore lavorative giornaliere})] \cdot N\}$.

⁷ Dalle misure rilevate direttamente sul luogo e confermate dalle indagini di altri studiosi possiamo ritenere che le dimensioni medie dei blocchi possano essere ritenute le seguenti:

per i blocchi grandi altezza • 1 metro • 1 metro circa

per i blocchi piccoli altezza • 0,5 metri • 0,5 metri circa.

L = n° medio blocchi di nucleo

T = Giorni necessari alla realizzazione

N = n° rampe

Evidenziate queste necessarie precisazioni il nostro lavoro ha quindi potuto svilupparsi in funzione del quantitativo di materiale supposto, del rapporto ipotizzabile tra questo e il numero di addetti alla sua realizzazione, e di conseguenza il numero totale degli addetti per ogni operazione.

A tal fine si è cercato quindi di definire primariamente per quanto possibile le singole attività necessarie alla realizzazione del monumento e, di conseguenza, il numero degli addetti a svolgere ognuna di queste; con tali premesse abbiamo suddiviso i lavoratori secondo i seguenti gruppi:

- 1) Operai di cava
- 2) Addetti al trasporto dei blocchi di pietra
- 3) Marinai
- 4) Scalpellini operanti sulla piramide
- 5) Fabbricatori di mattoni
- 6) Trasportatori di materiali sussidiari (mattoni, sabbia, acqua e limo)
- 7) Addetti alle rampe
- 8) Ulteriore manodopera a destinazione varia, quali capimastri, falegnami per slitte ed impalcature, progettisti, verificatori, costruttori e addetti alla manutenzione di utensili, pittori e fornitori per la città operaia (fornai, tessitori, vasai, amministratori).

In ultimo va segnalato che l'analisi è riferita al solo edificio piramidale, e che tutti i seguenti calcoli sono stati effettuati semplificando il modello quando tale artificio non alterava sostanzialmente il risultato, in quanto questi adattamenti sarebbero stati estremamente complessi e poco significativi; in tale ottica si è trascurata ad esempio la rastremazione dell'edificio quando questa si sarebbe tradotta solamente in una progressiva diminuzione, fino ad una totale inversione, del rapporto tra tempo impiegato per la realizzazione dell'edificio e quello destinato alle strutture sussidiarie quali rampe ed incastellature.

Nel corso delle successive elaborazioni si farà riferimento in prima ipotesi alle "unità-lavoro" e solo successivamente agli "addetti effettivi" in quanto lo riteniamo un passaggio inevitabile per la chiarezza dell'esposizione. Con tali termini infatti si vogliono intendere rispettivamente il fabbisogno di lavoro necessario a soddisfare una certa necessità, ed il numero effettivo dei prestatori d'opera che potevano nella realtà svolgere tale lavoro in più turnazioni; in questa ottica due blocchi

trasportati in tempi successivi dal medesimo operaio richiederebbero due unità-lavoro ma un solo addetto effettivo.

È da segnalare infine che il parametro di $1,2 \text{ m}^3$ cui si farà frequentemente riferimento corrisponde al volume dei blocchi di maggiori dimensioni che gli operai avrebbero dovuto trainare sulle rampe (eccettuati ben inteso le strutture degli appartamenti funerari), cui deriverebbe un peso di circa 3.000 chilogrammi in quanto il calcare ha un peso specifico di 2.500 kg/m^3 .

Definite queste complesse ma necessarie premesse siamo quindi passati a calcolare separatamente le categorie di manovalanza segnalate.

Gruppo 1: Operai di cava. Nessuna notizia ci è giunta sulle attività di cava e sulle metodiche in esse adottate per cui, eccettuate alcune suggestive ipotesi per altro mai comprovate, abbiamo dovuto necessariamente rifarci ai confronti con le attuali arcaiche lavorazioni similari su materiale tenero; in tal senso bisogna precisare primariamente che la conformazione del terreno egiziano, molto stratificato, richiede prevalentemente lo scavo di un reticolo atto a delimitare i blocchi lateralmente, in quanto il loro distacco è agevolato dagli strati stessi.

Da queste osservazioni è possibile ritenere verosimile che ogni scalpellino possa estrarre $0,24 \text{ m}^3$ al giorno che nel caso in questione darebbe un totale complessivo per questa lavorazione pari a **10.741.325** unità-lavoro da ripartirsi sui 20 anni di edificazione⁸.

Gruppo 2: Addetti al trasporto dei blocchi. Sicuramente si tratta del gruppo quantitativamente più numeroso dato il gravoso impegno che tale attività avrebbe richiesto.

Poiché il trasporto dei blocchi doveva avvenire, in situazioni ben differenti tra di loro, sia dalla cava al fiume che dall'imbarcadero (o direttamente dalle cave adiacenti la piramide) al termine della rampa di costruzione, come da questa al luogo di posa in opera, è intuitivo che il calcolo numerico di questi addetti si debba suddividere in differenti sottogruppi:

a) quello costituito da coloro che dovevano occuparsi del trasporto dei blocchi dalla cava al fiume favorito dal declivio o dall'orizzontalità del terreno, il quale poteva essere composto da squadre di 6 operai per ogni $1,2 \text{ m}^3$ di materiale.

Poiché recenti indagini sembrano aver confermato che gran parte del materiale del nucleo provenisse da cave site a SE della piramide, i blocchi provenienti dalle cave oltre il Nilo (Moqattam) erano limitati a quelli di rivestimento ed i *backing stones*, corrispondenti a circa il 6% del totale; a

⁸ $2.577.918$ (volume piramide) / $0,24$ (volume estratto da ogni scalpellino).

ciò ne seguirebbe che per questa lavorazione sarebbero state richieste **773.375** unità-lavoro complessivamente calcolate⁹.

b) quello adibito al traino dall'imbarcadere o dalle cave poste in prossimità della piramide alla quota di distribuzione¹⁰, composto secondo i nostri calcoli presentati nel citato lavoro da squadre di 20 operai ogni 1,2 m³ di materiale, corrispondente ad un totale di **42.965.300** unità-lavoro necessarie a questo scopo per la realizzazione dell'intero edificio¹¹.

c) Il terzo gruppo avrebbe infine dovuto occuparsi della movimentazione dei blocchi giunti al piano di lavoro secondo i parametri del punto 2a) per un totale di **12.889.590** unità-lavoro¹².

Gruppo 3: Marinai. Tenendo presente la presunta stazza delle imbarcazioni desumibile dalle raffigurazioni parietali si può ritenere che ogni barca da carico, necessitante di circa 25 marinai, potesse trasportare mediamente 15 blocchi di grandi dimensioni corrispondenti a 18 m³ di calcare.

Dato lo scarso quantitativo di calcare fine proveniente da Moqattam (il 6% del volume totale) ne deriverebbe che sarebbero state necessarie complessivamente 8.593 barche¹³; in conseguenza di ciò è evidente che per questa attività sarebbero state necessarie in totale **214.825** unità-lavoro.

Gruppo 4: Scalpellini operanti sulla piramide¹⁴. Poiché la sommatoria sgrossatura avveniva già in cava ed il quantitativo di pietre non necessitanti di ulteriori lavorazioni era enorme, è plausibile ritenere che per tale lavorazione, compresa la rifinitura dell'edificio ultimato, fossero sufficienti una media di 0,25 scalpellini per ogni blocco corrispondenti ad un totale di **3.750.269** unità-lavoro¹⁵.

Gruppo 5: Fabbricatori di mattoni. Avendo limitato il discorso al solo edificio principale questo gruppo si riferisce agli addetti che avrebbero dovuto procurare soltanto il materiale necessario alle rampe.

Poiché riteniamo che ogni operaio fosse in grado di realizzare 95 mattoni al giorno, valore sensibilmente inferiore a quello fornito da ARNOLD, e che il

⁹ $[154.675 \text{ (volume calcare di Moqattam)} / 1,2] \cdot 6 \text{ (addetti ad ogni blocco)}$.

¹⁰ È possibile che l'avvicinamento alla piramide, più facilitato dallo spazio di manovra, fosse effettuato con buoi trainanti slitte cariche di blocchi con un conseguente risparmio di addetti, ma le uniche documentazioni esistenti di un tale sistema si riferiscono solamente a periodi molto successivi a quello in questione.

¹¹ $[2.577.918 \text{ (volume piramide)} / 1,2] \cdot 20 \text{ (addetti al traino in salita)}$.

¹² $[2.577.918 \text{ (volume piramide)} / 1,2] \cdot 6 \text{ (addetti al traino in piano)}$.

¹³ $154.675 \text{ (volume calcare di Moqattam)} / 18 \text{ (carico di ogni barca)}$.

¹⁴ I seguenti parametri sono desunti dall'opera di ARNOLD, integrati con osservazioni sul posto.

¹⁵ $15.001.076 \text{ (numero blocchi della piramide)} \cdot 0,25 \text{ (addetti per ogni blocco)}$.

volume medio dei mattoni impiegati nelle strutture accessorie del Complesso di Cheope ($m\ 0,13 \cdot 0,20 \cdot 0,40$) sia di $0,01\ m^3$, si evince che per la realizzazione delle rampe sarebbero stati necessari 7.757.200 mattoni¹⁶. Adattando quindi la nostra stima a questa deduzione si otterrebbe una richiesta di **81.655** unità-lavoro.

Gruppo 6: Materiali sussidiari trasportati. Numerosi sono i materiali necessari alla costruzione della piramide con il sistema delle rampe, comunque esse fossero concepite; per quantificare questa esigenza abbiamo cercato quindi di suddividere questo gruppo a seconda delle principali necessità obiettivabili nel nostro modello.

È da segnalare inoltre che l'eventuale impiego di animali da soma, per altro limitati al solo avvicinamento alla piramide, avrebbe potuto alleggerire il lavoro consentendo agli addetti di compiere più viaggi e diminuendo quindi la richiesta di manodopera effettiva, ma non avrebbe alterato in alcun modo il numero delle unità-lavoro.

a) portatori di mattoni: paragonando i carichi di lavoro di un odierno muratore egiziano si può ritenere che un operaio potesse trasportare 2 mattoni ($0,02\ m^3$) ad ogni viaggio, cui conseguirebbe che il volume complessivo delle rampe sarebbe stato trasportato da **3.878.600** unità-lavoro¹⁷.

b) portatori di sabbia: in questo caso i calcoli sono legati ad una necessità di questo materiale non valutabile esattamente. Da quanto rilevabile sul posto pare comunque che la quantità necessaria sia del tutto trascurabile, per cui si può supporre per eccesso un volume complessivo dello 0,1% di quello totale della piramide, corrispondente a $2.578\ m^3$.

Tenendo presente che un operaio attuale può risalire una rampa recando una cesta di circa $0,01\ m^3$ di sabbia, ne deriverebbe che avrebbero potuto essere richieste complessivamente per tale scopo **257.800** unità-lavoro¹⁸.

c) portatori di acqua e di limo: anche per queste pesanti componenti vale un discorso di difficile quantificazione.

Abbiamo raggruppato i trasporti di questi materiali nella medesima categoria caratterizzata dall'identica unità di misura, in quanto si è ritenuto che le differenti destinazioni del limo avrebbero richiesto una variabile e difficilmente quantificabile percentuale in acqua.

Prescindendo comunque dall'acqua richiesta dalle necessità fisiologiche degli operai (assolutamente imprecisabile), per lo scorrimento sulle rampe si

¹⁶ 77.572 (volume dei 5.315 metri di rampa) / $0,01$ (volume unitario dei mattoni).

¹⁷ 77.572 (volume delle rampe) / $0,02$ (volume trasportato da ogni addetto).

¹⁸ 2.578 (volume della sabbia) / $0,01$ (volume trasportato da ogni addetto).

possono ragionevolmente ritenere sufficienti 10 litri di acqua per m², corrispondenti ad una richiesta complessiva di 223.230 litri¹⁹.

Per la stessa costruzione delle rampe doveva inoltre essere richiesta una quantità di limo compendiabile in 20 litri/m³, per un totale di 1.551.440 litri²⁰.

A questi vanno aggiunti i litri di limo necessari all'obliterazione delle fessure nell'opera edificata ed allo scorrimento dei blocchi sui corsi già realizzati: potendo ritenere presuntivamente che tali quantità possano essere compendiate in 5 litri ogni m² di superficie dei singoli corsi, ne conseguirebbe un quantitativo di 17.622.640 litri²¹.

Da quanto sopra ne deriverebbe una necessità complessiva di (223.230 + 1.551.440 + 17.622.640) 19.397.310 litri; presupponendo come ragionevole che ogni addetto potesse trasportare 10 litri, si avrebbe che la richiesta non avrebbe ecceduto il numero di **1.939.731** unità-lavoro addette a questa mansione.

Gruppo 7: Realizzatori della rampa. Data la particolare conformazione dell'edificio e la necessità di mantenere un flusso costante per ogni rampa è ovvio che la massima richiesta di addetti a questa lavorazione si sarebbe concentrata nei corsi inferiori dell'edificio, ma tale distribuzione non avrebbe inciso sul numero complessivo delle unità-lavoro.

a) Poiché è presumibile che un operaio fosse in grado di realizzare circa 2 m³ di rampa al giorno, comprese le attività di consolidamento, se ne deduce che sarebbero state richieste **38.786** unità-lavoro per edificare le rampe²².

b) Per quanto riguarda invece la demolizione di queste strutture, la relativa facilità di questa lavorazione avrebbe potuto consentire una movimentazione di 3 m³ al giorno pro-capite, corrispondente ad una richiesta di circa due terzi della manodopera precedente (**25.857**).

c) Un particolare gruppo inerente a quest'ultima attività avrebbe poi dovuto occuparsi del trasporto a valle dei mattoni rimossi; poiché questo lavoro si sarebbe svolto in discesa o in piano, riteniamo che ogni operaio avrebbe potuto portare 5 mattoni (0,05 m³) per un totale di **1.551.440** unità-lavoro²³.

Gruppo 8: Manodopera varia. Data l'eterogeneità di questo gruppo il numero dei suoi componenti è ipotizzabile solamente in termini di stima, per cui abbiamo arbitrariamente ritenuto di poterli compendiare nell'1% del totale degli altri addetti, corrispondente a **791.086** unità-lavoro.

¹⁹ 22.323 (superficie delle rampe) • 10 (litri per m² di rampa).

²⁰ 77.572 (volume delle rampe) • 20 (litri per m³ di rampa).

²¹ 3.524.528 (superficie complessiva dei 210 corsi) • 5 (litri d'acqua per m² di superficie).

²² 77.572 (volume delle rampe) / 2 (volume di posa per operaio).

²³ 77.572 (volume delle rampe) / 0,05 (volume trasportato da ogni operaio).

Riassumendo quanto sopra esposto:

Gruppo 1	=	10.741.325
Gruppo 2a	=	773.375
Gruppo 2b	=	42.965.300
Gruppo 2c	=	12.889.590
Gruppo 3	=	214.825
Gruppo 4	=	3.750.269
Gruppo 5	=	81.655
Gruppo 6a	=	3.878.600
Gruppo 6b	=	257.800
Gruppo 6c	=	1.939.731
Gruppo 7a	=	38.786
Gruppo 7b	=	25.857
Gruppo 7c	=	1.551.440
Gruppo 8	=	791.086

si otterrebbe un totale di **79.899.639** unità-lavoro.

Prescindendo dall'effetto immediato che un numero così elevato può fare, il reale impatto sull'economia del paese di questa attività costruttrice va dedotto riportando a dimensioni annue il numero complessivo di queste unità, e riducendolo infine alla reale necessità di addetti calcolata in base alla ripetitività dell'operazione.

Cercando di ridefinire in tal senso quanto sopra:

Gruppo 1. Pur non essendo a conoscenza dei sistemi e dei tempi di lavorazione si può considerare indirettamente che se furono forniti i blocchi necessari alla costruzione della piramide (mediamente 416 m³ giornalieri), significa che il lavoro in cava rispettò tali tempi; di conseguenza avendo verificato che ogni operaio fosse in grado di estrarre e sgrossare 0,24 m³, ne risulterebbe che sarebbero stati necessari giornalmente **1.733** operai di cava.

Gruppo 2. Per quanto riguarda gli operai utilizzati per la funzione di trasporto dei blocchi è invece supponibile che, data la normale velocità di 4 km/ora raggiunta da un tranquillo pedone, potessero procedere ad una velocità media di 0,5 km/ora, calcolata forse per difetto.

b) A ciò conseguirebbe che riferendoci alla sola ascesa delle rampe costruttive, la lunghezza media di ogni rampa (443 metri) sarebbe stata percorsa in circa 53 minuti cui sarebbe verosimilmente seguito un periodo di

riposo e quindi la discesa, al termine della quale il processo si sarebbe ripetuto per un totale di 90 minuti circa per ogni ciclo produttivo.

In conseguenza di ciò risulterebbe quindi che ogni squadra che avesse lavorato al traino sulle rampe per 10 ore al giorno avrebbe trasportato circa 6,7 carichi di $1,2 \text{ m}^3$ ognuno, corrispondenti a 8 m^3 ; da ciò deriverebbe che in un anno ogni squadra avrebbe trainato 2.480 m^3 di calcare.

Poiché il volume medio annuo di calcare necessario a completare la piramide di Cheope in 20 anni mantenendo un flusso costante sarebbe dovuto essere di circa 128.896 m^3 , ne deriverebbe che per soddisfare tale requisito sarebbero state necessarie solamente 52 squadre; dato che si è stabilito che ogni squadra fosse costituita da circa 20 operai, si potrebbe concludere che per quest'attività siano stati sufficienti **1.040** addetti.

Simile considerazione si può applicare a coloro che trasportavano i blocchi dall'imbarcadero alla base della piramide o dalle cave adiacenti, coprendo quindi la distanza di circa 825 metri della rampa cerimoniale in 100 minuti con 30 minuti di intervallo e di riposo, per un totale di $5,5 \text{ m}^3$ giornalieri e 1.705 annui; per tale lavoro sarebbero quindi state necessarie 76 squadre per un totale di **1.520** addetti.

a) Poiché le cave di Moqattam distano circa 5 chilometri dal Nilo questo percorso avrebbe richiesto un intero giorno lavorativo, ma dato che solamente 7.734 m^3 annui di materiale avrebbero dovuto percorrere tale distanza ne deriverebbe che sarebbero stati necessari **125** operai²⁴.

c) Dato che la distanza che ogni blocco giunto in quota avrebbe dovuto coprire (al massimo 115 metri corrispondenti alla metà del lato di base) sarebbe stata percorsa in 19 minuti, cui andrebbero aggiunti altri 20 minuti per il riposo ed il ritorno per un totale di 40 minuti circa per ogni ciclo, ogni squadra addetta a questa mansione avrebbe effettuato 15 viaggi trasportando giornalmente 18 m^3 di calcare, con un conseguente impegno complessivo di 23 squadre per un totale di **138** uomini.

Gruppo 3. Data la vicinanza delle cave di Moqattam con l'altopiano di Giza è presumibile che meno di un giorno fosse sufficiente alle imbarcazioni per coprire questa distanza. Poiché queste imbarcazioni avrebbero però dovuto percorrere il medesimo tragitto prima di tornare a caricare, è intuitivo che avrebbero potuto effettuare solamente 155 viaggi utili all'anno; di conseguenza ogni imbarcazione avrebbe trasportato annualmente 2.790 m^3 . Essendo il materiale proveniente da Moqattam costituito da circa 7.734 m^3 annui, ne risulterebbe che 3 imbarcazioni (arrotondate per eccesso)

²⁴ $\{[(7.734 \text{ (volume annuo di materiale)}) / 310 \text{ (giorni lavorativi)}] / 1,2\} \cdot 6 \text{ (componenti di ogni squadra)}$.

avrebbero potuto soddisfare agevolmente questa necessità, impiegando quindi complessivamente **75** marinai.

Gruppo 4. Dato che la posa in opera doveva necessariamente essere preceduta dalla rifinitura del blocco, è chiaro che si doveva prevedere un numero di addetti a questa funzione sufficiente ad espletare il lavoro in tempi utili; di conseguenza affinché i 2.419 blocchi giornalieri fossero collocati in opera, sarebbero stati necessari **605** scalpellini²⁵.

Gruppo 5. Pur non conoscendo la velocità di progressione delle rampe è chiaro che queste avrebbero dovuto innalzarsi di pari passo con la massa sovrastrutturale; di conseguenza per queste strutture sarebbero stati richiesti, come valore medio, 3.879 m^3 annui di mattoni per completare la piramide di Cheope in 20 anni.

Sapendo che ogni mattone ha un volume di $0,01 \text{ m}^3$ e che ogni operaio era in grado di produrre 95 mattoni al giorno (29.450 all'anno, corrispondenti a 294 m^3), ne deriva che a fornire questo materiale nelle quantità richieste sarebbero stati sufficienti **13** operai²⁶.

Gruppo 6. Mentre nel calcolo delle unità-lavoro non sussisteva alcuna differenza quantitativa tra il gruppo degli eventuali utilizzatori di animali da soma e gli altri, nelle considerazioni degli addetti effettivi tale differenza è invece sensibile, ma praticamente irrilevante sulla valutazione complessiva; per evidenziare tale ininfluenza abbiamo esaminato questi sottogruppi limitatamente ai portatori di mattoni.

a) portatori di mattoni senza animali da soma. Confrontando con gli attuali operai egiziani si può presumere che un addetto a questa lavorazione potesse portare 2 mattoni ($0,02 \text{ m}^3$) ad ogni viaggio e che potesse effettuare 6 viaggi al giorno (della rampa cerimoniale e di quelle costruttive) per un totale di $0,12 \text{ m}^3$ corrispondente a 37 m^3 annui; tenendo presente che la costanza del flusso avrebbe richiesto 3.879 m^3 annui di tale materiale ne risulta che sarebbero stati necessari **105** operai.

La presenza di animali da soma avrebbe invece velocizzato le operazioni di trasporto alla base della piramide consentendo, come previsto da ARNOLD, 10 ascese al giorno della sola rampa costruttiva; tale variazione avrebbe aumentato i volumi giornalieri ed annui rispettivamente a $0,2 \text{ m}^3$ e 62 m^3 , con una conseguente contrazione della richiesta a soli **63** uomini.

b) portatori di sabbia. Adattando le unità-lavoro precedentemente stabilite a quello che avrebbe dovuto essere la realtà, si avrebbe che un operaio sarebbe

²⁵ $2.419 (\text{numero blocchi giornalieri}) \cdot 0,25 (\text{addetti per ogni blocco})$.

²⁶ $3.879 (\text{volume annuo di mattoni}) / 294 (\text{volume annuo prodotto da ogni addetto})$.

stato in grado di effettuare 10 ascese al giorno con una cesta di $0,01 \text{ m}^3$ di sabbia per un totale di $0,1 \text{ m}^3$, ed una quantità annua di 31 m^3 . Essendo la richiesta annua di 129 m^3 ne deriverebbe una necessità di 4 operai.

c) portatori di acqua e limo. Avendo stabilito le necessità di acqua e limo, e che un operaio avrebbe potuto effettuare 5 ascensioni al giorno (50 litri), applicando quanto precedentemente affermato si potrebbe dedurre che sarebbero stati sufficienti 63 operai²⁷.

Gruppo 7.

a) Poiché non è supponibile che il materiale si accumulasse in quota ma che invece venisse collocato immediatamente in opera, e dato che la velocità di posa (2 m^3 al giorno pro-capite) avrebbe condizionato la progressione delle rampe, per posizionare i $12,5 \text{ m}^3$ giornalieri (crescita media delle rampe) sarebbero stati necessari 7 operai calcolati per eccesso.

b) Per quanto riguarda invece la demolizione delle rampe, che sarebbe avvenuta in un unico anno e solamente ad edificio pressoché ultimato, la facilità di questa operazione avrebbe consentito ad ogni addetto di rimuovere 3 m^3 di mattoni al giorno per un totale di 83 addetti²⁸, che ripartiti sui 20 anni di lavorazione avrebbero portato ad una media annua di circa 4 addetti a questa mansione.

c) Anche questo particolare gruppo avrebbe agito in situazioni favorevoli per cui i parametri del gruppo 6a) avrebbero potuto crescere a 5 mattoni e 10 viaggi al giorno per un totale di $0,5 \text{ m}^3$, ma poiché al punto precedente si è stabilito che 83 operai fossero in grado di rimuovere complessivamente 249 m^3 al giorno, per smaltire questo quantitativo sarebbero stati sufficienti 498 addetti attivi un solo anno che, ripartiti sui 20 anni di lavorazione, darebbero un valore medio annuo di 25 addetti.

Gruppo 8. Questo è il dato più opinabile in quanto non sono identificabili con esattezza né le mansioni richieste né la frequenza con cui queste venivano ripetute; con tali premesse non possiamo che adattare la percentuale precedentemente proposta dell'1% del totale degli altri addetti per un totale quindi di 55.

Riassumendo quanto sopra in base alle differenti mansioni sarebbe stato possibile realizzare l'intero edificio (eccettuata la lavorazione e la posa in opera delle componenti degli appartamenti interni) con una media annua di addetti pari a:

²⁷ $\{[19.397.310 \text{ (litri richiesti complessivamente)} / 20 \text{ (anni)}] / 310 \text{ (giorni)}\} / 50 \text{ (litri portati da ogni addetto)}$.

²⁸ $\{77.572 \text{ (volume complessivo delle rampe)} / [3 \text{ (volume giornaliero rimosso da ogni addetto)} \cdot 310 \text{ (giorni lavorativi annui)}]\}$.

Gruppo 1	=	1.733
Gruppo 2a	=	125
Gruppo 2b	=	2.560
Gruppo 2c	=	138
Gruppo 3	=	75
Gruppo 4	=	605
Gruppo 5	=	13
Gruppo 6a	=	105 ²⁹
Gruppo 6b	=	4
Gruppo 6c	=	63
Gruppo 7a	=	7
Gruppo 7b	=	4
Gruppo 7c	=	25
Gruppo 8	=	55

per un totale di **5.512** addetti.

Sebbene alcune delle precedenti valutazioni possano apparire disomogenee in quanto considerate su base giornaliera, bisogna ricordare che in tali casi la ripetitività della lavorazione non avrebbe cambiato in alcun modo il totale annuo, il quale avrebbe corrisposto a quello giornaliero replicato dagli stessi addetti per 310 giorni lavorativi.

Questo valore però, per quanto indicativo della media degli addetti, non è ancora sufficiente per valutare con sicurezza l'effettivo impatto che questa costruzione potrebbe aver avuto nella realtà economica egizia in quanto evidenzia il totale degli operai e contemporaneamente la necessità media annuale, e sarebbe inconfutabile se l'edificio avesse una forma cubica la quale avrebbe richiesto lo stesso numero di addetti per ogni corso ed ogni anno.

Ma poiché la forma piramidale presuppone una ben differente quantità di materiale, e quindi di lavorazione, per ogni corso, si potrebbe supporre che, pur non variando la richiesta totale degli addetti, questi avrebbero potuto essere distribuiti in maniera flessibile a seconda delle esigenze volumetriche dei vari corsi, comportando una richiesta particolarmente elevata in alcune fasi, tale da poter suffragare in un tempo limitato l'affermazione di ARISTOTELE.

A tal fine abbiamo voluto esaminare anche questa ipotesi, limitatamente al momento di massimo impegno, corrispondente alla realizzazione dei primi due corsi.

²⁹ Abbiamo qui considerato il valore massimo tra le due ipotesi prospettate.

È da precisare che la limitazione a questi due corsi è dovuta alle differenti caratteristiche che essi presentano; per quanto infatti il primo costituisca ovviamente il massimo impegno volumetrico richiesto, non avrebbe fruito dell'impiego delle rampe costruttive le quali, invece, sarebbero divenute necessarie solamente per il successivo.

Sebbene ragioni storiche³⁰ e semplicità di gestione del personale ci facciano ritenere più probabile che si trattasse di una quantità fissa di manovalanza non soggetta a variazioni neppure momentanee, la quale progredendo costantemente secondo i medesimi parametri avrebbe impiegato un tempo maggiore per i primi corsi per poi essere adibita ad altre attività costruttive statali quando ritenuta in esubero, abbiamo valutato anche la possibilità che potesse essere distribuita in maniera disomogenea.

Per giungere a questo risultato bisogna rammentare che la massima richiesta lavorativa nel medesimo spazio temporale si poteva avere durante la costruzione dei primi corsi, e che la velocità di collocazione in opera del materiale, e quindi il numero degli addetti alle varie lavorazioni, sarebbero dipesi dall'entità e dalla costanza del flusso sulle rampe; a riguardo è significativo ricordare che solamente un flusso costante giornaliero di circa 10 m^3 all'ora per ogni rampa avrebbe consentito la realizzazione dell'edificio nei tempi e secondo le modalità ipotizzate.

Ridistribuendo quindi a seconda delle esigenze costruttive il numero medio complessivo precedentemente stabilito, la concentrazione dei lavoratori dei precedenti gruppi varierebbe secondo quanto segue:

Gruppo 1. Poiché il mantenimento del flusso costante delle rampe avrebbe richiesto al secondo corso una fornitura di $(12 \cdot 100) 1.200 \text{ m}^3$ al giorno, significherebbe che le cave erano in grado di fornire tale quantità che, correlata a quanto sopra, avrebbe corrisposto a **5.000** addetti³¹ al giorno per i corsi iniziali; tale valore sarebbe però rapidamente diminuito nei corsi successivi.

Gruppo 2.

a) Poiché abbiamo visto che ogni squadra (composta da 6 operai) impiegava un giorno intero per trainare un blocco di $1,2 \text{ m}^3$ dalle cave al fiume, i 72 m^3 giornalieri di calcare provenienti dalle cave di Moqattam avrebbero richiesto **360** addetti³².

³⁰ Il confronto con l'Annona romana e la non conoscenza di simili complesse modularità nel mondo antico.

³¹ 1.200 (volume giornaliero trasportato sulle rampe) / $0,24$ (volume lavorato giornalmente da ogni operaio di cava).

³² $\{72 \text{ (volume giornaliero di Moqattam)} / 1,2\} \cdot 6$ (componenti ogni squadra).

b) Dato che al secondo corso la lunghezza di ogni rampa sarebbe stata di soli 15 metri e che si è stabilita una velocità di ascesa dei blocchi di 500 metri/ora, ne deriverebbe che ogni squadra avrebbe effettuato la salita in 2 minuti, corrispondenti con ampia tolleranza ad un probabile ciclo di 10 minuti. Ciò avrebbe comportato che ogni squadra (composta da 20 operai) in 10 ore avrebbe potuto trainare 72 m^3 di materiale³³; dividendo la richiesta di 1.200 m^3 giornalieri per 72 ne sarebbero derivati **333** addetti per il traino sulle rampe.

Poiché invece le squadre addette all'avvicinamento alla piramide potevano portare solamente $5,5 \text{ m}^3$ al giorno, ai precedenti sarebbero da aggiungere altri **4.364** addetti.

c) Avendo accertato che ogni squadra addetta al movimento dei blocchi sulla piramide (composta da 6 uomini) avrebbe trasportato 18 m^3 giornalieri, si possono ritenere sufficienti per questo gruppo **400** addetti³⁴.

Gruppo 3. Da quanto sopra ne deriverebbe che i 72 m^3 giornalieri provenienti da Moqattam necessari agli strati esterni dei primi due corsi avrebbero potuto essere trasportati da 4 barche per un totale di 100 marinai, ai quali andrebbero aggiunti altri 100 che dovevano contemporaneamente effettuare il percorso inverso per un totale di **200** giornalieri.

Gruppo 4. Poiché il volume medio dei blocchi della piramide, globalmente considerati, corrisponde a $0,17 \text{ m}^3$, ne risulta che giornalmente sarebbero stati rifiniti 7.059 blocchi con la manodopera di **1.765** scalpellini³⁵.

Gruppo 5. Considerando i tempi di realizzazione dei primi due corsi secondo il nostro modello (116 giorni)³⁶, per realizzare i 3.330 m^3 di mattoni necessari a questo tratto di rampe avrebbero dovuto intervenire **30** fabbricatori di mattoni³⁷.

Gruppo 6.

a) Considerando che un portatore di mattoni senza ausilio di animali avrebbe recato $0,12 \text{ m}^3$ al giorno, in 116 giorni sarebbero dovuti intervenire

³³ $[600 \text{ (minuti giornalieri di lavoro)} / 10 \text{ (tempo per ogni ciclo)}] \cdot 1,2$.

³⁴ $[1.200 \text{ (volume blocchi giornalieri)} / 18 \text{ (volume per ogni squadra)}] \cdot 6 \text{ (componenti di ogni squadra)}$.

³⁵ $[1.200 \text{ (fabbisogno giornaliero di blocchi)} / 0,17 \text{ (volume unitario medio dei blocchi)}] \cdot 0,25 \text{ (addetti per ogni blocco)}$.

³⁶ Vedasi tabella allegata (tab.1).

³⁷ $3.330 \text{ (volume rampe)} / \{[95 \text{ (produzione giornaliera di mattoni pro-capite)} \cdot 0,01 \text{ (volume unitario mattone)}] \cdot 116 \text{ (giorni lavorativi)}\}$.

239 portatori³⁸, che con animali da soma sarebbero scesi a **144** ($0,2 \text{ m}^3$ al giorno).

b) Per trasportare $140,2 \text{ m}^3$ di sabbia ($0,1\%$ di 140.228) necessari ai primi due corsi sarebbero stati necessari **12** addetti³⁹.

c) I 7.560 litri di limo necessari per lo scorrimento sulle rampe⁴⁰, i 66.600 per la costruzione delle stesse⁴¹, ed i 514.025 litri necessari alle lavorazioni sui primi due corsi⁴², avrebbero richiesto in 116 giorni **101** portatori⁴³.

Gruppo 7. Per la realizzazione dei 3.330 m^3 di rampe sarebbero dovuti intervenire **14** operai⁴⁴; è da notare che dato il fine di questa valutazione, in questa fase di innalzamento la componente demolitiva non sussisteva.

Gruppo 8. Estendendo la nostra valutazione percentuale, per questo gruppo si potrebbe stimare un numero di **128** addetti.

Riassumendo si avrebbe:

Gruppo 1	=	5.000
Gruppo 2a	=	360
Gruppo 2b	=	4.697
Gruppo 2c	=	400
Gruppo 3	=	200
Gruppo 4	=	1.765
Gruppo 5	=	30
Gruppo 6a	=	239
Gruppo 6b	=	12
Gruppo 6c	=	101
Gruppo 7	=	14
Gruppo 8	=	128

per un totale effettivo di massima richiesta, e di durata molto inferiore all'anno solare (116 giorni), di **12.946** addetti.

È evidente quindi che in ambedue i casi prospettati, sia che la manodopera fosse costante oppure che si prevedesse una flessibilità del

³⁸ 3.330 (volume rampe) / [$0,12$ (volume giornaliero pro-capite) • 116 (giorni lavorativi)].

³⁹ $140,2$ (volume sabbia) / [$0,1$ (volume giornaliero pro-capite) • 116 (giorni lavorativi)].

⁴⁰ [63 (area rampa) • 12 (numero rampe)] • 10 (litri di limo per m^2).

⁴¹ 3.330 (volume rampe) • 20 (litri per m^3).

⁴² 102.805 (area complessiva primi due corsi) • 5 (litri per m^2).

⁴³ 588.185 (volume complessivo limo) / [50 (litri giornalieri pro-capite) • 116 (giorni lavorativi)].

⁴⁴ 3.330 (volume rampe) / [2 (volume giornaliero pro-capite) • 116 (giorni lavorativi)].

lavoro, il numero di questi addetti è risultato molto contenuto, tantopiù che nella nostra valutazione ci si è sempre attenuti ai dati più sfavorevoli, e che è presumibile che la manovalanza egizia avesse una produttività ben maggiore dell'attuale; in conseguenza di ciò se ne deduce che il summenzionato numero complessivo degli addetti, accettabile già di per sé, avrebbe in effetti potuto trovare un'ulteriore sensibile diminuzione nella realtà.

In tale ottica si sono volutamente trascurate alcune situazioni più favorevoli come il possibile utilizzo di animali per il trasporto dei materiali alla base della piramide o lo sfruttamento delle distanze più brevi per il trasporto dalle cave, come pure la verosimile possibilità che ogni addetto potesse collaborare allo svolgimento di differenti mansioni.

Da quanto sopra ci sembra credibile poter affermare che la tradizionale "stagionalità" di molte di queste occupazioni tramandata dagli studiosi, sia inverosimile in quanto tutti i precedenti calcoli presuppongono una indispensabile continuità del lavoro; dato infatti che alcune occupazioni quali il trasporto dei materiali, operazione di gran lunga più impegnativa tra quelle prospettate, non si sarebbe potuta svolgere con tempi inferiori a quelli supposti se non a costo di non remunerative lavorazioni supplementari⁴⁵, riteniamo che la continuità dell'occupazione sarebbe stata indispensabile per non prolungare a tempi improbabili l'edificazione della piramide.

Oltretutto è anche da considerare che sarebbe poco credibile ritenere che la perfetta organizzazione del lavoro e le grandi specializzazioni richieste dalle delicate lavorazioni di edificazione di questo monumento possano essere state soddisfatte da lavoratori stagionali o quanto meno non "professionali"; sovente infatti le lavorazioni, anche quando non richiedevano di per sé grande abilità, necessitavano comunque di un notevole sincronismo impensabile se non con una specifica professionalità.

In conclusione la minima necessità di manodopera che risulta da quanto sopra illustrato, costituendo una trascurabile percentuale della supposta popolazione egizia del periodo ammontante a circa 1.614.000 abitanti⁴⁶ (ma secondo una più recente stima sarebbero oltre 6.000.000)⁴⁷, non avrebbe potuto incidere in alcun modo sulla quotidianità in quanto non avrebbe distolto una significativa massa di popolazione dalla produzione dei generi di sopravvivenza, né il suo mantenimento avrebbe potuto depauperare significativamente l'erario.

⁴⁵ Per superare la saturazione delle superfici di percorenza da noi considerata si sarebbe infatti richiesta la costruzione di ulteriori rampe costruttive che avrebbero per altro prodotto un poco significativo aumento della portata oraria.

⁴⁶ BUTZER K.W., *Early hydraulic civilization in Egypt*.

⁴⁷ CURTO S., *L'antico Egitto*.

Anche da un punto di vista prettamente amministrativo riteniamo che questa attività non abbia potuto alterare a breve termine lo stato dell'economia in quanto, data la richiesta numericamente molto contenuta, commissionata verosimilmente a specifici dipendenti del demanio già usualmente adibiti ad opere architettoniche, ma piuttosto è possibile che il grande dispendio economico richiesto dai materiali, come pure la trascuratezza delle opere statali economicamente utili come la costruzione o il mantenimento dei canali d'irrigazione conseguente allo stornamento della manodopera, abbia potuto ripercuotersi sulle risorse dei regni successivi, i quali subirono una progressiva diminuzione della ricchezza che condusse infine al tracollo di potere del Primo Periodo Intermedio.

Alla luce di questa indagine ci pare quindi assolutamente inverosimile supporre che queste costruzioni siano state realizzate per risolvere una delicata sperequazione socio-economica come sostenne ARISTOTELE, ma piuttosto dimostrerebbe quanto fosse vivo il sentimento religioso che spinse la popolazione a vedere la costruzione delle piramidi, realizzata da usuali manovalanze regie come uno dei tanti monumenti del sovrano da cui si distingueva unicamente per la preponderante imponenza, trasfigurata nell'emblematico edificio funerario consono ad una personificazione della divinità stessa.

BIBLIOGRAFIA

ARNOLD D., *Building in Egypt*, New-York-Oxford 1991.

ARNOLD D., *Der Pyramidenbezirk des Königs Amenemhet III in Dahschur*, Mainz am Rhein 1987.

BORCHARDT L., *Die Entstehung der Pyramide*, Berlin 1928.

BORCHARDT L., *Das Grabdenkmal des Königs Sahu-rê*, Leipzig 1910-13.

BUTZER K.W., *Early hydraulic civilization in Egypt*, Chicago 1976.

COLOMBO G., *Manuale dell'ingegnere*, Milano 1948.

CURTO S., *Per un computo ponderale di alcuni manufatti litici egizi*, Torino 1980.

CURTO S., *L'antico Egitto*, Torino 1981.

EDGAR C.C., *Sculptor's Studies and Unfinished Works*, Cairo 1906.

FORBES R.J., *Studies in Ancient Technology*, Lieden 1960.

- GOLVIN J.C., GOYON J.C., *Les batisseur de Karnak*, Paris 1987.
- GOYON G., *Il segreto delle grandi piramidi*, Roma 1987.
- GRIMAL N., *Storia dell'Antico Egitto*, Roma-Bari 1990.
- HEICHELHEIM F.M., *Storia economica del mondo antico: vol II L'Antico Oriente*, Roma-Bari 1979.
- KEMP B.J., *Storia sociale dell'Antico Egitto*, Roma-Bari 1989.
- LAUER J.Ph., *Observations sur les Pyramides*, Le Caire 1960.
- MANZINI R., *Un possibile modello costruttivo per le piramidi maggiori*, Torino 1997.
- PEDRINI L., PEDRINI B., ACTIS DATO M., *Le piramidi e l'economia dell'Antico Egitto*, Milano 1979.
- PETRIE W.M.F., *The Pyramids and Temples of Gizeh*, London 1883.
- RINALDI C., MARAGIOGLIO V., *L'architettura delle piramidi menfite*, vol IV, Rapallo 1968.
- RINALDI C., MARAGIOGLIO V., *L'architettura delle piramidi menfite*, vol VII, Rapallo 1970.
- SAAD Z. Y., *Preliminary Report on the Royal excavations at Saqqara 1941-1942*, A.S.A.E. XLII.